

أولاً: لكل عبارة مما يلي أربعة إجابات مقترحة، واحدة منها فقط صحيحة، انقلها إلى ورقة إجابتك (الإجابة مع الرمز)

1- إن حل المعادلة: $2z - \bar{z} = 3 - 3i$ في \mathbb{C} هو:

$z = 2 - i$	D	$z = 3 + i$	C	$z = 3 - i$	B	$z = 2$	A
-------------	---	-------------	---	-------------	---	---------	---

2- إذا علمت أن النقاط A, B, C صورها العقدية تحقق $\frac{a-b}{c-b} = -3$ عندئذ:

المثلث ABC قائم و متساوي الساقين	B	بجهتين متعاكستين $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$	C	المثلث ABC متساوي الأضلاع	D	بجهة واحدة $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$	A
------------------------------------	---	---	---	-----------------------------	---	---	---

3- ليكن لدينا العدد العقدي $z = a + ib$ عندئذ قيمة $Im\left(\frac{1}{z}\right)$:

$\frac{b}{a^2 + b^2}$	B	$\frac{1}{b}$	C	$\frac{-b}{a^2 + b^2}$	D	$\frac{-b}{a^2 - b^2}$	A
-----------------------	---	---------------	---	------------------------	---	------------------------	---

4- ليكن f تابع معرف و اشتقاقى على $[1, 1] -$ و يحقق أن: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

وليكن g التابع المعرف على $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ وفق $g(x) = f(\sin x)$ عندئذ المشتق $g'(x)$ يساوي

1	B	$\frac{1}{1 - \sin^2 x}$	C	$\frac{1}{\cos x}$	D	$\frac{1}{-\cos x}$	A
---	---	--------------------------	---	--------------------	---	---------------------	---

5- قيمة النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(x)}{x-1}$:

0	B	1	C	$+\infty$	D	غير موجودة	A
---	---	---	---	-----------	---	------------	---

6- ليكن f التابع المعرف وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2} & : x > 0 \\ (4 - \sqrt{-x})^m & : x \leq 0 \end{cases}$$

2	B	$\frac{1}{2}$	C	4	D	غير موجودة	A
---	---	---------------	---	---	---	------------	---

7- معادلة المقارب المائل للخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$

$y = 2x - 1$	B	$y = x - 1$	C	$y = x + 1$	D	$y = 2x + 1$	A
--------------	---	-------------	---	-------------	---	--------------	---

8- مجموعة حلول المعادلة $\sqrt{(2x+3)^2 + 11} = 6$

{1}	B	{1, -4}	C	{-8, 2}	D	Φ (مستحيلة الحل)	A
-----	---	---------	---	---------	---	-----------------------	---

9- قيمة المجموع $S = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \dots - \frac{1}{2^n}$ هي:

2^n	B	$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$	C	$2 \left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)$	D	2^{-n}	A
-------	---	--	---	--	---	----------	---

10- مشتق التابع المعرف بالعلاقة $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ هو:

$\frac{2(x^4 - 1)}{x^3}$	B	$2 \left(x + \frac{1}{x}\right)$	C	$2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$	D	$\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2$	A
--------------------------	---	----------------------------------	---	------------------------------------	---	------------------------------------	---

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

•السؤال الأول : لدينا في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط

$$A(1,2,1) \quad B(3,0,1) \quad C(2,2,2)$$

1- أثبت أن النقاط A, B, C تعين مستويًا

2- اكتب معادلة الكرة التي تقبل $[AB]$ قطرًا لها

3- اكتب معادلة المستوي P المار من النقطة A والذي يقبل $\vec{n}(1,1-1)$ ناظمًا عليه.

•السؤال الثاني : أثبت بالتدرج أن $3^{n-1} \geq (n+1)!$ وذلك أيًا كان العدد الطبيعي $n \geq 1$

•السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرف على $[0,3[$ وفق : $f(x) = -x + E(x)$

1- اكتب f بعبارة مستقلة عن $E(x)$

2- ارسم الخط البياني لـ C_f

4- احسب $f(\pi) + f(-\pi)$

3- هل f مستمر على $[0,3[$ ؟ برر .

ثالثاً : حل التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين)

•التمرين الأول :

أولاً: ليكن لدينا النقاط A, B, C الممثلة بالأعداد العقدية الآتية: $a = 3 + i, b = 2 - i, c = 1 + 2i$

1- وضح النقاط A, B, C في شكل.

2- اكتب العدد العقدي $\frac{b-a}{c-a}$ بالشكل الجبري ثم استنتج نوع المثلث ABC .

3- أوجد العدد العقدي d الممثل بالنقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ مربعاً.

ثانياً: لتكن النقطتان A, B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $3 - 2i, 2$ بالترتيب، مثل في كل من

الحالتين الآتيتين مجموعة النقاط $M(Z)$:

$$\textcircled{1} |Z - 3 + 2i| = |3 + 4i| \quad \textcircled{2} \left| \frac{Z - 3 + 2i}{\bar{Z} - 2} \right| = 1$$

•التمرين الثاني : نتأمل متتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالتدرج كما يلي : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2, u_0 = 2$

1- أثبت ان المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = u_n - 8$ هي متتالية هندسية ثم عين أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3- أوجد النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

• التمرين الثالث : نتأمل في \mathbb{C} المعادلة: (*) $Z^2 + (-1 + 3i)Z - 2 - 2i = 0$...

- 1) أثبت ان $Z_1 = 1 - i$ حلاً للمعادلة (*) ثم استنتج الحل الآخر
- 2) اكتب $Z_1 = 1 - i$ بالشكل الاسي ثم اوجد Z_1^8
- 3) في مستوٍ منسوبٍ إلى معلمٍ متجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) نفرض M النقطة التي يمثلها العدد $Z_1 = 1 - i$ و M' نظيرة M بالنسبة لمحور الترتيب . جد $Z' = x + iy$ العدد العقدي الممثل للنقطة M'

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

* المسألة الأولى :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R}^* وفق : $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$ و المطلوب :

1- احسب نهايات f عند أطراف مجال تعريفه و اذكر كل مقارب تجده

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f

3- ادرس وضع C بالنسبة للمستقيم Δ

4- جد $f'(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات التابع f

5- ارسم ما وجدته من مقاربات و ارسم Δ ثم C

6- أثبت أن للمعادلة $\frac{f(x)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ حلان فقط في \mathbb{R}

* المسألة الثانية

لدينا في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 1

ومركزه O و I, J النقطتان المعرفتان بالعلاقين :

$$\vec{DI} = \frac{1}{4} \vec{DC} \quad , \quad \vec{BJ} = \frac{3}{4} \vec{BC}$$

نرود المكعب بالمعلم المتجانس $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$, المطلوب:

- 1- جد إحداثيات جميع رؤوس المكعب وإحداثيات النقاط I و J
- 2- أثبت أن المستقيم (HI) يوازي المستوي (EJG)
- 3- حدد موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\vec{FM} = 2(\vec{BA} + \vec{EO})$
- 4- جد إحداثيات النقطة K مركز ثقل المثلث EFG
- 5- اكتب معادلة الاسطوانة الناتجة من دوران المستقيم (BF) حول (AE) دورة كاملة

مع دعائنا لكم بالتوفيق و النجاح الدائمين
مدرس المادة